Fonctions dérivables sur un intervalle

Fonction	Domaine de définition	Domaine de dérivabilité	Fonction dérivée
Fonction constante : $f(x)=k$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$
Fonction affine : $f(x)=mx+p$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=m$
Fonction carré : $f(x)=x^2$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=2x$
Fonction puissance : $f(x)=x^n$ n entier naturel non nul	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=nx^{n-1}$
Fonction inverse : $f(x)=\frac{1}{x}$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$f'(x)=\frac{-1}{x^2}$
Fonction cosinus : $f(x)=cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=-sin(x)$
Fonction sinus : $f(x)=sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=cos(x)$
Fonction exponentielle : $f(x)=e^x$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=e^x$
Fonction logarithme népérien $f(x)=ln(x)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}^*$	$f'(x)=\frac{1}{x}$

Exemple :
Soit f la fonction définie par $f(x)=x^4$. Donner la dérivée de f.

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynomiale et pour tout x on a :
$f'(x)=4x^3$.

Opérations sur les fonctions dérivables

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

Opération	Domaine de définition	Domaine de dérivabilité	Fonction dérivée
$u+v$	I	I	$u'+v'$
ku avec k réel	I	I	ku'
uv	I	I	$u'v+uv'$
$\frac{1}{u}$	u ne s'annulant pas sur I	I	$\frac{-u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$	v ne s'annulant pas sur I	I	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
e^u	I	I	$u'e^u$
$ln(u)$	u strictement positif sur I	u strictement positif sur I	$\frac{u'}{u}$

Exemple 1 :
Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 3x + 1$. Donner la dérivée de f.

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynomiale et on a pour tout x, $f'(x) = 2x + 3$.

Exemple 2 :
Soit f la fonction définie par $f(x) = (7x^2 + 8x - 1)(9x + 1)$. Donner la dérivée de f.

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de deux fonctions dérivables et on a :

$u(x) = 7x^2 + 8x - 1$
$u'(x) = 14x + 8$

$v(x) = 9x + 1$
$v'(x) = 9$

On a donc : $f'(x) = (14x + 8)(9x + 1) + (7x^2 + 8x - 1) \times 9$

On développe et on réduit :

$f'(x) = 126x^2 + 14x + 72x + 8 + 63x^2 + 72x - 9$
$f'(x) = 189x^2 + 158x - 1$