Sujet 1 : QCM

Parmi les 6 questions suivantes , répondre seulement à 4 parmi les 6. Une mauvaise réponse n'enlève pas de point.

1) La dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x}{2e^x}$.

a. $f'(x) = \dfrac{(2+x)}{e^x}$ b. $f'(x) = \dfrac{(1-x)}{e^{-x}}$ c. $f'(x) = \dfrac{1+x}{(2e^x)^2}$

2) Une équation de la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe représentative de $f(x) = e^{-3x}$ est :

a. $y = -3x+1$ b. $y = x+1$ c. $y = -3x-1$

3) Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = ln(x)(2ln(x)-1)$. Quelle est la limite de f en $en0$?

a. $-\infty$ b. 0 c. $+\infty$

4) Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $3y' - 2y = 1$ sont définie par :

a. $f(x) = Ce^{\frac{2x}{3}} + \dfrac{1}{2}$ b. $f(x) = Ce^{\frac{3x}{2}} + \dfrac{3}{2}$ c. $f(x) = Ce^{\frac{3x}{2}} + \dfrac{2}{3}$

5) L'écriture exponentielle du nombre complexe $-1+i$ est :

a. $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ b. $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ c. $\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

6) Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3x - \dfrac{4}{x}$. Une primitive F de f sur $]0;+\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = x^3 - 4ln(x)$ b. $F(x) = 1.5x^2 + ln(x)$ c. $F(x) = 1.5x^2 - 4ln(x)$

Sujet 2 : Vrai OU Faux

Parmi les 6 questions suivantes , répondre seulement à 4 parmi les 6. Une mauvaise réponse n'enlève pas de point.

1) La dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{-2x}$ est $f'(x) = 2e^{-2x}$.

2) Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3ln(x)$.
Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est égal à 3 et son équation de tangente à la courbe au point d'abscisse 1 est $y = 3x + 1$

3) Toute solution de l'équation différentielle $y' - 5y = 1$ est une fonction croissante sur $\mathbb{R}$.

4) Si les points A, B, C ont pour affixe respectives $z_A = 3 + i\sqrt{3}$, $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_C = 1 - i\sqrt{3}$, alors le triangle ABC est rectangle isocèle.

5) Le nombre complexe solution de l'équation $(1 + i)z - 3 + i = 0$ est $2 - i$.

6) Voici un algorithme :

$X \leftarrow 1$
$S \leftarrow 0$
Tant que $X \leqslant 4$
    $S \leftarrow (16 - X^2) + S$
    $X \leftarrow 1 + X$
Fin Tant que

La valeur de S arrondi à l'unité prés est de 34 u.a.

Sujet 3

Parmi les 6 questions suivantes , répondre seulement à 4 parmi les 6. Une mauvaise réponse n'enlève pas de point.

1) Déterminer $\lim_{x \to -\infty} (e^{-x} - 1)e^{-3x}$

2) Le nombre d'immatriculations de voitures électriques en France depuis 2010 est modélisé par la fonction $f(t) = 10e^{\frac{1}{3}t}$ en milliers de véhicules et t désigne le nombre d'années écoulées depuis 2010.
Déterminer à partir de quelle année le nombre de véhicules électriques dépassera 40 000 en France.

3) Un quadripôle est un composant électronique à deux entrée et deux sorties. On étudie le transfert d'énergie entre les deux dipôles. I_e et I_s désignent les intensités en entrée et en sortie, U_e et U_s désignent les tensions en entrée et en sortie , P_e et P_s désignent les puissances en entrée et en sortie.

On définit le gain en tension, le nombre noté $G_u = 20 ln\left(\frac{U_s}{U_e}\right)$.

On définit le gain en tension, le nombre noté $G_i = 20 ln\left(\frac{I_s}{I_e}\right)$.

On définit le gain en tension, le nombre noté $G_p = 10 ln\left(\frac{P_s}{P_e}\right)$.

Ces gains sont exprimés en dB.

On rappelle que $P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$, où R désigne la résistance du dipôle.

Montrer que si la résistance R est la même en entrée et en sortie, alors $G_u = G_i = G_p$.

4) Soit l'équation différentielle $y' - 2y = b$ avec b réel.
Résoudre cette équation différentielle puis déterminer b pour qu'une solution f vérifie $f(0) = 1$.

5) Déterminer la dérivée de $(7x + 4)^6$

6) On considère $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = e^{-i\frac{\pi}{4}}$ et $z_3 = e^{i\frac{\pi}{12}}$
Démontrer que $z_1 \times z_2 = 2z_3$.

Sujet 4

Parmi les 6 questions suivantes , répondre seulement à 4 parmi les 6. Une mauvaise réponse n'enlève pas de point.

Parmi les 6 questions suivantes, vous en traiterez seulement 4.
Vous indiquerez clairement les 4 questions choisies.

1. On considère la fonction g définie pour tout réel x par : $g(x) = ax + b + e^{-x}$, où a et b sont deux nombres réels que l'on va déterminer. On donne les renseignements graphiques suivants sur la courbe représentative de la fonction g dans un repère d'axes (Ox) et (Oy) :
   → Le point A de coordonnées $(0;8)$ appartient à cette courbe représentative;
   → La tangente à cette courbe au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses.
   (a) En utilisant les renseignements précédents et $g(0)$, déterminer la valeur de b.
   (b) En utilisant les renseignements précédents et $g'(0)$, déterminer la valeur de a.
2. Soit f la fonction définie sur R par $\dfrac{2x+5}{e^x}$. La fonction f est toujours croissante. Cette affirmation est - elle vraie ou fausse?
3. Le nombre de noyaux radioactifs N d'un élément radioactif évolue au cours du temps t suivant la loi exponentielle suivante : $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda t}$ où N_0 est le nombre initial de noyaux radioactifs, λ est la constante radioactive reliée à la période T de l'élément. T correspond à la demi-vie de l'élément radioactif, c'est à dire le temps au bout duquel le nombre de noyaux radioactifs a diminué de moitié.
   La constante λ et la période T sont liées par la relation :
   $$\lambda = \frac{ln(2)}{T}$$
   Montrer que $N(2T) = \dfrac{N_0}{4}$
4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ d'unité graphique 1 cm. On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$. On considère le nombre complexe $z = \dfrac{8+7i}{4-2i}$.
   Mettre z sous forme algébrique.
5. Mettre le nombre complexe $z = 6+6i$ sous forme exponentielle puis montrer que z^4 est positif.
6. Un entrepreneur achète à un instant $t = 0$ des nouvelles machines d'un montant total de 200 000 euros.
   Cette investissement perd cependant de sa valeur au fil des années. Cette dépréciation (en milliers d'euros) à l'instant t (en années) est notée $d(t)$.
   On suppose que d est solution sur $[0;13]$ de l'équation différentielle (E) : $y' + 0.086y = 17.2$ et $d(0) = 0$.

   a) Déterminer la solution d qui vérifie (E).
   b) On pose $d(t) = 200(1 - e^{-0.086t})$ définie sur $[0;13]$.
   Déterminer au bout de combien d'années l'investissement aura perdu 60 % de sa valeur.