Entrainement 5 Bac STI2D

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. On a dressé ci-contre le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ et f' la fonction dérivée de la fonction f. On a :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variation de f	-2 $\nearrow$	5	$\searrow$ $-\infty$

   (a) $f'(0) = 5$

   (b) si $x \leqslant 0$ alors $f'(x) \leqslant 0$

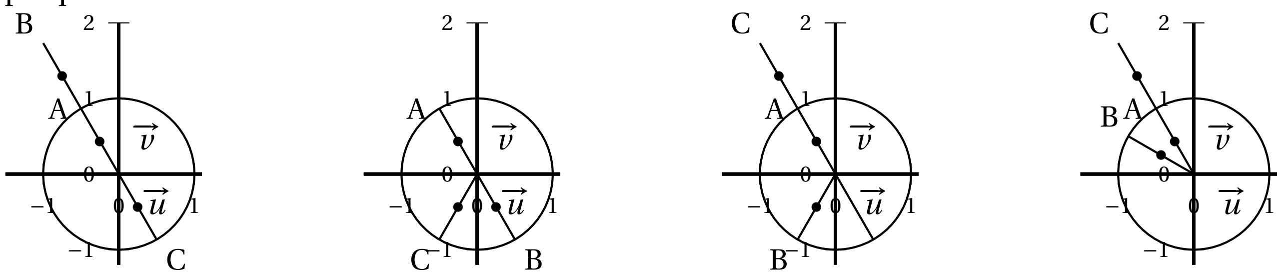
   (c) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

   (d) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$

2. Soit x un nombre réel. On considère le nombre complexe z dont la partie réelle est x et dont la partie imaginaire est 3. La partie imaginaire de z^2 est égale à :

   a. 6 **b.** 9 **c.** $6x$ **d.** $(6x)$i

3. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
   Les points A, B et C ont pour affixes respectives $z_A = e^{i\frac{2\pi}{3}}$, $z_B = e^{i\frac{4\pi}{3}}$ et $z_C = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$.
   Le graphique correct est :



a. **b.** **c.** **d.**

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct.
   Le point A a pour affixe $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ et le point B a pour affixe $z_B = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$.

   (a) Les points A et B sont confondus.

   (b) Les points A et B sont symétriques par rapport à l'origine du repère.

   (c) Les points A et B sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses du repère.

   (d) Les points A et B sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées du repère.

5. Une forme exponentielle de $2e^{i\frac{\pi}{6}} \times 2i$ est :

   (a) $4e^{i\frac{2\pi}{3}}$

   (b) $4e^{i\frac{\pi}{12}}$

   (c) $4e^{i\frac{5\pi}{12}}$

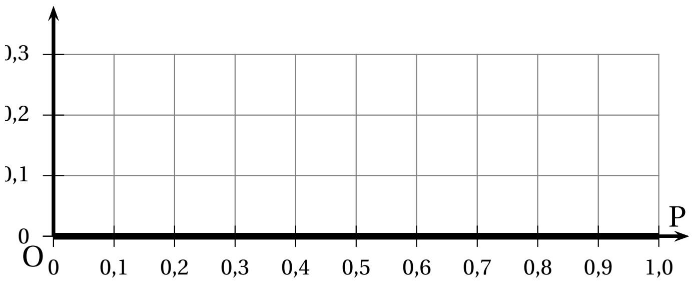
   (d) $4e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

6. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-2x} + 10$.
   Cette fonction g est une solution de l'équation différentielle :
   (a) $y' = y$
   (b) $y' + 2y = 0$
   (c) $y' - 2y = 10$
   (d) $y' + 2y = 20$
7. (Bonus) Pour tout réel strictement positif b le nombre $\ln\left(b^{-3}\right)$ est égal à :
   (a) $-3b$
   (b) $-3\ln b$
   (c) $(\ln b)^{-3}$
   (d) $\dfrac{1}{\ln\left(b^3\right)}$

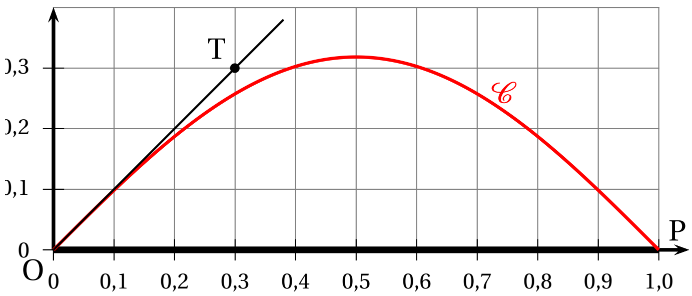
Exercice 2

On considère un conducteur électrique représenté par une tige métallique rectiligne fixée en ses deux extrémités.

Dans le repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,)$ ci-dessous, d'unité graphique un centimètre, la tige métallique est modélisée par le segment [OP], où P désigne le point de coordonnées $(1\,;\,0)$.



En raison d'une augmentation de la température, cette tige métallique se déforme en se dilatant.
La tige déformée est schématisée ci-dessous par la courbe $\mathscr{C}$ passant par les points O et P.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point O passe par le point T de coordonnées $(0{,}3\,;\,0{,}3)$.



On admet que la courbe $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f, solution de l'équation différentielle (E), dans laquelle y est une fonction de la variable x, définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

$$(E) : \qquad y'' + \pi^2 y = 0.$$

1. (a) Sans justifier, donner la valeur de $f(0)$.
   (b) Déterminer la valeur de $f'(0)$. Justifier la réponse.
   (c) Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,1]$, $f(x) = \dfrac{1}{\pi}\sin(\pi x)$.
2. On considère que la tige métallique subit une détérioration irréversible lorsque le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ est supérieur à $\dfrac{1}{3}$.
   Est-ce le cas ? Justifier la réponse.

Exercice 3

Dans cet exercice, on s'intéresse à l'évolution depuis 1958 de la concentration de dioxyde de carbone (CO_2) dans l'atmosphère terrestre. Cette concentration est exprimée en partie par million en volume (ppmv). Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A - Modélisation

On modélise la concentration de CO_2 dans l'atmosphère, exprimée en ppmv, par une fonction f de la variable t définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par : $f(t) = 280 + k\mathrm{e}^{at}$ où k et a sont deux constantes réelles, et t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1958, exprimé en année.

1. (a) Le 1er janvier 1958, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère valait 315 ppmv. Déterminer la valeur de la constante k.

   (b) Le 1er janvier 2018, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère valait $411,25$ ppmv. Déterminer la valeur exacte de la constante a.

2. Dorénavant, on prend pour valeur de a le nombre 0,022.

   On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = 280 + 35\mathrm{e}^{0,022t}$. La concentration de CO2 mesurée le 1er janvier 1994 était de 357 ppmv. La modélisation choisie semble-t-elle pertinente ?

PARTIE B - Étude de la fonction *f*

La concentration de CO_2 dans l'atmosphère, exprimée en ppmv, est modélisée par la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = 280 + 35\mathrm{e}^{0,022t}$ où t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1958, exprimé en année.

1. Donner la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. (a) Déterminer $f'(t)$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

   (b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
3. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

PARTIE C - Variabilité saisonnière

Les relevés de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère depuis 1958 mettent en évidence une variabilité saisonnière. La concentration de CO_2, exprimée en ppmv, est alors modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par : $g(t) = 280 + 35\mathrm{e}^{0,022t} + 3,5\sin(2\pi t)$ où t représente le temps écoulé depuis le 1er janvier 1958, exprimé en année.

1. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous afin que la variable C affiche successivement les concentrations de CO_2 le 1er de chaque mois de l'année 2018.

```
T ← 60
Pour i allant de ...à ...
    C ← ...
    T ← T + 1/12
    Afficher C
Fin Pour
```

2. Au début de quel mois de l'année 2018 la concentration de CO_2 est-elle minimale ?

Exercice 4

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité

Un signal Wi-Fi est émis avec une puissance de 20 décibels-milliwatt (dBm).

L'atténuation de la puissance du signal dépend :

- de la fréquence F du signal, exprimée en gigahertz (GHz),
- de la distance D, en mètre, parcourue par ce signal,
- des matériaux traversés.

Pour une distance D supérieure ou égale à 1 mètre et en l'absence d'obstacle, cette atténuation, exprimée en dBm, est donnée par la formule

$$32,35 + 8,7\ln(F \times D)$$

La fréquence F du signal émis est égale à $2,4$ GHz.

1. Montrer qu'une approximation de l'atténuation de la puissance du signal peut être donnée par $A = 40 + 8,7\ln(D)$.
2. (a) Déterminer A pour une distance D de 10 mètres.

   (b) Pour quelle distance D la valeur A est-elle de 80 dBm ?
3. Une valeur approchée P de la puissance du signal, en décibel-milliwatt, à une distance D de l'émetteur est donnée par $P = 20 - A$.

   Justifier que $P = -20 - 8,7\ln(D)$.

Dans la suite de l'exercice, la puissance du signal, en dBm, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,400]$ par

$$f(x) = -20 - 8,7\ln(x)$$

où x est la distance, en mètre, parcourue par le signal.

Lorsque l'unité utilisée est le dBm, la puissance d'un signal est un nombre négatif.

1. (a) Déterminer la fonction f', dérivée de la fonction f, sur l'intervalle $[1\,;\,400]$.

   (b) Étudier le signe de f' sur l'intervalle $[1\,;\,400]$ et en déduire le sens de variation de la fonction f sur ce même intervalle.
2. (a) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,400]$, $f(2x) = f(x) - 8,7\ln(2)$.

   (b) Lorsque la distance parcourue par le signal est doublée, de combien de décibels-milliwatt la puissance du signal diminue- t-elle ?
3. Le tableau suivant indique la qualité du signal en fonction de sa puissance.

Puissance du signal	Qualité du signal
Supérieure à -50 dBm	Excellente
Comprise entre -60 et -50 dBm	Bonne
Comprise entre -70 et -60 dBm	Moyenne
Inférieure à -70 dBm	Faible

   (a) Quelle est la qualité du signal lorsqu'il a parcouru 10 mètres ?

   (b) Résoudre l'équation $f(x) = -60$.

   (c) En déduire la distance maximale pour laquelle la qualité de signal est bonne.