Fiche d'exercices

Exercice 1

1. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$. On admet que $f'(2) = 10$.
   (a) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2.
   (b) Le point $S(5;37)$ appartient - il à cette droite ?
2. La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{3}{x^2+1}$. On admet que $f'(-1) = 1.5$.
   (a) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g au point A d'abscisse -1.
   (b) Le point $K(1;2)$ appartient - il à cette droite ?
3. La fonction d est définie sur $[-8;+\infty[$ par $d(x) = \sqrt{x+8}$. On admet que $f'(1) = \dfrac{1}{6}$.
   (a) Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de d au point B d'abscisse 1.
   (b) Le point $R(4;4)$ appartient - il à cette droite ?

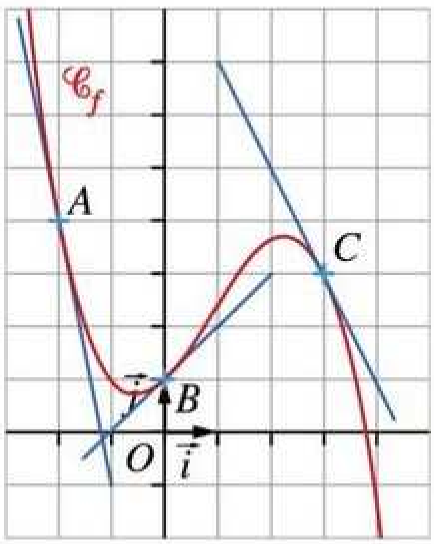
Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$.

1. Montrer que $f'(5) = 17$.
2. Vérifier que sa courbe représentative admet pour tangente au point d'abscisse 5 la droite $\mathscr{T}$ qui a pour équation réduite $y = 17x - 45$.
3. La droite $\mathscr{T}$ passe t-elle par le point S de coordonnées $(2;-11)$.

Exercice 3

On considère la fonction f dont on donne la représentation graphique $\mathscr{C}_\{$ ci-dessous, ainsi que ses tangentes aux points de $\mathscr{C}_\{$ d'abscisses -2, 0 et 3.



1. Donner par lecture graphique les valeurs de $f(-2)$, $f'(2)$, $f(0)$, $f'(0)$, $f(3)$ et $f'(3)$.
2. A l'aide des valeurs obtenues, donner l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_\{$ au point A d'abscisse -2.
3. Même question au point B d'abscisse 0 et au point C d'abscisse 3.
4. Déterminer le point d'intersection des tangentes à $\mathscr{C}_\{$ aux points A et B.

Exercice 4

On définit pour tout réel x les fonctions f et g par $f(x) = x^2 - x - 1$ et $g(x) = 3 - x$.
Dans un repère orthonormé, $\mathscr{C}$ désigne la courbe de f et $\mathscr{D}$ celle de g.

1. Résoudre par le calcul $f(x) = g(x)$. On note x_0 la solution positive.
2. On note $\mathscr{T}$ la tangente à $\mathscr{C}$ au point P d'abscisse x_0. Déterminer son équation.
3. Bonus : Tracer $\mathscr{C}$, $\mathscr{D}$ et $\mathscr{T}$.

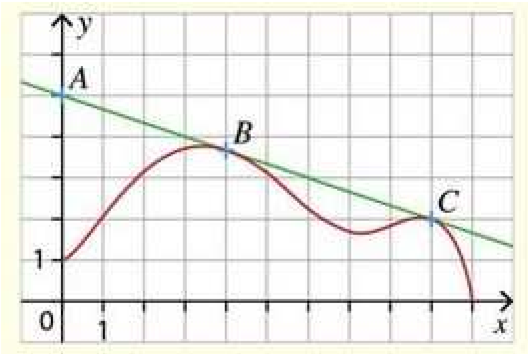
Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$

1. Déterminer la valeur de $f'(1)$.
2. Vérifier que la tangente $\mathscr{T}$ à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1 a pour équation réduite $y = x-1$.
3. En déduire une valeur approchée de $f(0.99)$.
4. Calculer $f(0.99)$ à l'aide de la calculatrice et comparer cette valeur avec la réponse à la question 3.

Exercice 6

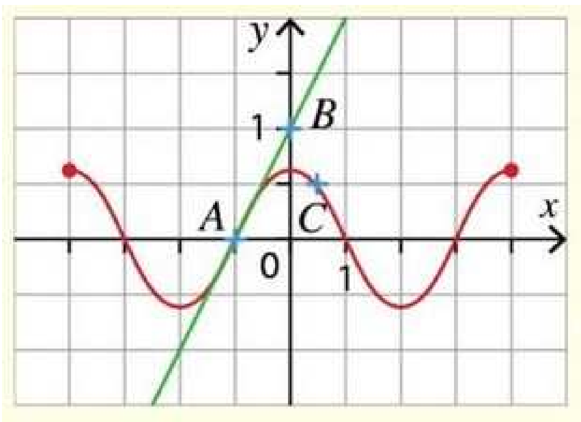
On considère une fonction f définie et dérivable sur $[0;10]$.
Sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est donnée en rouge dans le graphique ci-dessous. $f(0) = 1$ et $f(10) = 0$.
La droite verte passant par le point $A(0;5)$ est tangente à $\mathscr{C}_f$ aux points B et C de la courbe.
On sait que B a pour abscisse 4 et que C a pour coordonnées $(9;2)$. Les réponses devront être clairement justifiées.



1. Calculer le taux de variation de f entre 0 et 10.
2. Déterminer $f'(4)$ et $f'(9)$.
3. Calculer $f(4)$
4. Donner une valeur approchée de $f'(1)$.
5. Résoudre graphiquement, avec la précision permise par le graphique, l'équation $f'(x) = 0$.
6. Résoudre graphiquement, avec la précision permise l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$.
7. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle le nombre dérivé est maximal.
8. Déterminer graphiquement une valeur telle que $f(x) \approx f'(x)$.

Exercice 7

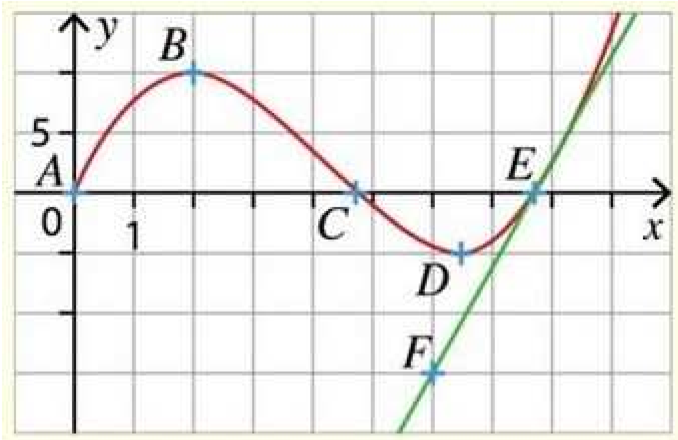
On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-4;4]$ dont on donne la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ ci-dessous. On note $A(-1;0)$ et $B(0;1)$. La droite (AB) est la tangente à $\mathscr{C}_f$ passe par le point $C(0.4;0.5)$.



1. Déterminer le taux de variation de f entre -1 et 0.5.
2. Donner par lecture graphique les valeurs de $f(-1)$, $f'(-1)$, $f'(0)$, $f(1)$ et $f'(1)$.
3. En se servant des valeurs obtenues, donner l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A.
4. Existe-t-il une droite qui semble tangente à $\mathscr{C}_f$ en trois points distincts? Justifier.
5. La fonction f est-elle pair , impair ou ni l'un ni l'autre.

Exercice 8

On considère une fonction f définie et dérivable sur $[0;8]$. On donne ci-contre sa courbe passe par les points : $A(0;0)$, $B(2;10)$, $C(4.75;0)$, $D(6.5;-5)$ et $E(7.75;0)$.
La droite (FE) où F est le point de coordonnées $(6;-15)$ est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point E.



1. Dresser le tableau de variation de f.
2. Dresser le tableau de signes de f.
3. Dresser le tableau de signes de f'.
4. Déterminer $f'(7.75)$.
5. Estimer graphiquement une valeur approchée à l'unité de $f'(0)$. Justifier la réponse.

Exercice 9

1. Montrer que pour tout réel a, la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -5x + 2$ est dérivable en a.
2. Montrer que pour tout réel a , la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = 3x^2$ est dérivable en a.

Exercice 10

1. Démontrer que, si la fonction s définie sur $\mathbb{R}$ par $s(x) = x^2 + 3x - 2$ alors pour tout réel a,
   s est dérivable et $s'(a) = 2a + 3$.
2. Démontrer que, si la fonction s définie sur $\mathbb{R}$ par $r(x) = x^2 + 3x + 6$ alors pour tout réel a,
   r est dérivable et $r'(a) = 2a + 3$
3. Peut-on déterminer d'autres fonctions admettant pour tout réel a, un nombre dérivé égal à $2a + 3$?