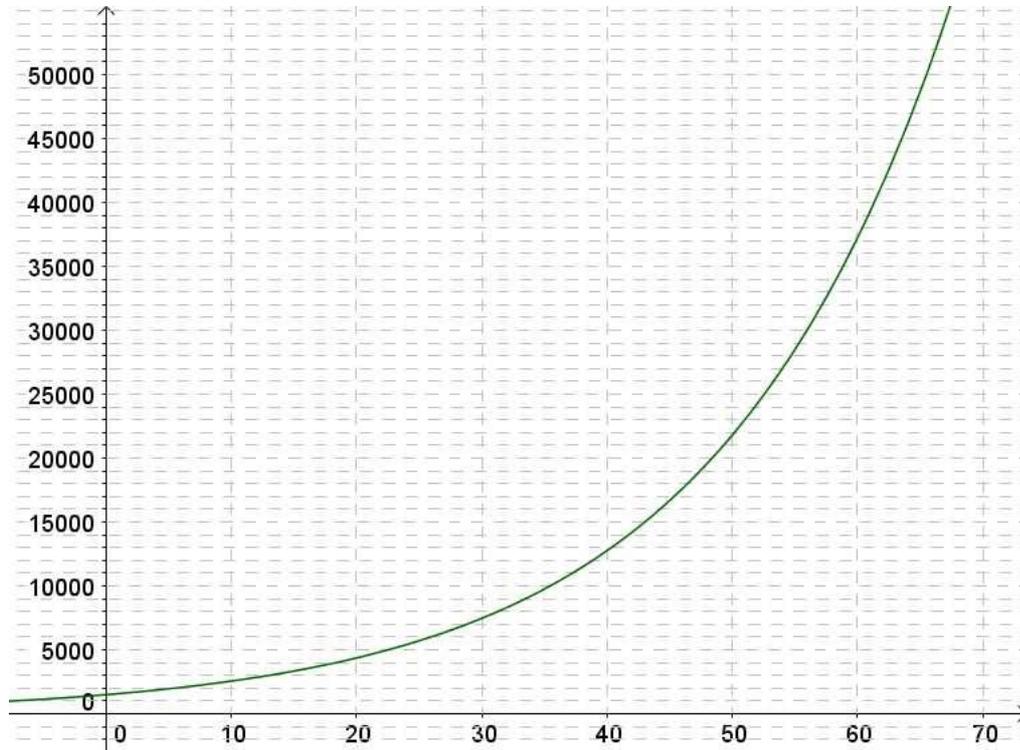


Séquence 2 Fonctions exponentielles : Fiche d'exercices

Exercice 1

Un village de 1500 habitants voit sa population augmenter de 5.5 % par an.

1. Modéliser cette situation à l'aide d'une fonction f .
2. Calculer la population de cette commune au bout de 10 ans. On représente ci-dessous la courbe représentative de la fonction f .



3. Un bourg est une commune d'au moins 2000 habitants, une petite ville est une commune d'au moins 5 000 habitants, une ville moyenne est une commune d'au moins 20 000 habitants, une grande ville est une commune d'au moins 50 000 habitants.

Déterminer graphiquement au bout de combien de temps cette commune deviendra :

- (a) un bourg?
 - (b) un petite ville?
 - (c) une ville moyenne?
 - (d) une grande ville?
4. On considère le programme Python suivant :

```
def population():  
    p = 1500  
    n = 0  
    while p < 200000 :  
        n = n + 1  
        p = p*1.055  
    return n
```

Expliquer le but de ce programme.

5. Une métropole est une commune ayant plus de 200 000 habitants.
Au bout de combien d'années notre village deviendra-t-il une métropole?

Exercice 2

Partie A

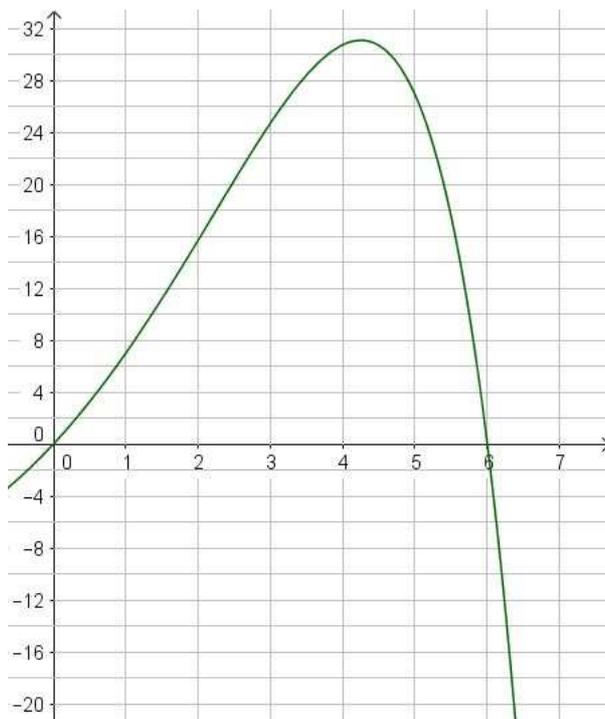
On évalue la pharmacocinétique d'un médicament grâce à la concentration de son principe actif dans le sang. On a modélisé la concentration en milligrammes de ce principe actif par litre de sang par la fonction f définie par

$$f(t) = t(6-t) \left(\frac{7}{5}\right)^t \text{ où } t \text{ désigne le temps en heures.}$$

1. Calculer la concentration de ce principe actif une heure après la prise de ce médicament.
2. Déterminer par le calcul, au bout de combien de temps le médicament est complètement éliminé?

Partie B

On représente ci-dessous la courbe représentative de f :



1. Il est conseillé au patient une prise de ce médicament toutes les six heures. Justifier cette préconisation.
2. Résoudre graphiquement $f(t) = 12$. Interpréter ce résultat.
3. Résoudre graphiquement $f(t) \geq 20$.
4. On considère que ce médicament est efficace lorsque la concentration de son principe actif dans le sang est supérieure (ou égale) à 10 mg/L.
Au bout de combien de temps ce médicament commence-t-il à être efficace?
Préciser également la durée d'efficacité de ce médicament.
5. Déterminer graphiquement la concentration maximale (arrondie à l'entier) du principe actif dans le sang.
Préciser au bout de combien de temps ce maximum est atteint.
6. On appelle "demi-vie d'élimination" le temps au bout duquel la concentration maximale du principe actif a diminué de moitié. Déterminer graphiquement cette demi-vie.
7. Bonus (en reprenant la fonction f de la partie A) : Dresser le tableau de signe de la fonction f .

Exercice 3

Résoudre algébriquement les équations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

a. $1.75^{x+3} = 1.75^5$

b. $0.6^{x-1} = 0.6$

c. $12^{2x} = 0$

d. $2^{4x-10} = 4$

e. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

f. $3.33^{-x-1} = 3.33^{-2x-3}$

g. $0.45^{-4x+\frac{2}{3}} = 0.45^{-9x-\frac{7}{3}}$

h. $7^{3x+8} - 7^{-6x+5} = 0$

Exercice 4

Donner l'expression de la fonction f définie par $f(x) = kq^x$ et telle que $f(0) = -2$ et $f(1) = -1$

Exercice 5

Résoudre algébriquement les inéquations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

a. $5^x \leq 5^2$

b. $1.02^x > 1.02$

c. $0.4^{3x} < 0.4^8$

d. $0.93^x \leq 0$

e. $\left(\frac{1}{9}\right)^{-x-2} > \left(\frac{1}{9}\right)^{3x+4}$

f. $\sqrt{2}^{-6x-1} \geq \sqrt{2}^{-8x-9}$

g. $\left(\frac{14}{5}\right)^{-7x-0.5} \geq \left(\frac{14}{5}\right)^{3x+6.5}$

h. $0.25^{3x+8} - 0.25^{-6x+5} < 0$

Exercice 6

Résoudre algébriquement les équations et les inéquations suivantes dans l'ensemble des nombres réels.

a. $24^{x^2} = 24^9$

b. $(0.66)^2)^x = 0.66^{-x-\frac{1}{3}}$

c. $\left(\frac{5}{3}\right)^{x-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2+x}$

d. $(1.2345^7)^{(x+6)} \geq 1.2345^{8x+9}$

e. $3^x \times 5^x < 15^{3x+5}$

f. $0.01^{2x-0.3} > (0.01^2)^{-3x+0.2}$

Exercice 7

Situation 1 : Le prix d'AirPods est passé de 120 € à 150 € en 3 ans.

Calculer le taux d'évolution moyen annuel (à 0.1 % près).

Situation 2 : Le prix d'écouteur filaire a subi une baisse de 36% en 10 ans.

Calculer le taux d'évolution moyen annuel (0.1 % près)

Situation 3 : Le prix d'une application est passé de 1 € à 1.50 € au bout de la première année, puis de 1.50 € à 4 € au bout de la deuxième année. Calculer le taux moyen annuel.

Situation 4 : Le prix du pain est passé de 0.56 € en 1993 à 0.87 € (en moyenne) en 2016.

Calculer le taux moyen annuel.

Situation 5 : Une augmentation de 3 % sur 3 ans correspond à un taux d'évolution moyen annuel de 1 %.

Vrai ou Faux?

Situation 6 : Le prix des tickets d'entrée d'un célèbre Parc d'attraction a augmenté de 30 % en 1 an.

Déterminer le taux d'évolution mensuel moyen.

Situation 7 : Le nombre d'adhérentes d'un club de basket a augmenté en trois ans de 2.5 %, puis de 4.1 % et enfin de 4.1 %.

Calculer le taux d'évolution annuel moyen.

Exercice 8

	A	B	C	D	E
1	Année	2013	2014	2015	2016
2	Population (en millions d'habitants)	66		66,62	
3	Taux d'évolution annuel		0,50%		0,10%

1. Quelles formules faut-il saisir dans les cellules C2 , D3 et E2?
2. Déterminer le taux d'évolution global de la population française entre 2013 et 2016.
3. En déduire le taux d'évolution moyen annuel de la population française entre 2013 et 2016.
4. En déduire une estimation du nombre d'habitants en France en 2100 en supposant que l'évolution de la population restera dans la même moyenne que sur la période 2013 - 2016.

Exercice 9

En une année, une action a gagné 2.42 % au 1^{er} trimestre, puis 1.83 % au 2^e trimestre pour reculer de 0.95 % au troisième trimestre. Un actionnaire ne retrouve pas le taux d'évolution pour le 4^e trimestre, mais il a noté que le taux de croissance moyen trimestriel de cette action est de +1.57% sur cette année.

Retrouver le taux d'évolution de cette action pour le 4^e trimestre.

Exercice 10

On considère la fonction Python suivante :

1. A quoi correspondent les arguments v_i , v_f et n de la fonction?
2. A quoi correspondent les variables C , CM et TM ?
3. En déduire le but de cette fonction.
4. Que renvoie l'appel $(220,260,5)$.
5. Inventer un énoncé d'exercice que le programme Python permettrait de résoudre.

```
def taux(vi,vf,n):  
    C = vf/vi  
    CM = C**(1/n)  
    TM = CM - 1  
    return(TM)
```

Exercice 11

1. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1.01^x$
 - (a) Déterminer le sens de variation de f .
 - (b) Résoudre l'inéquation $1.01^x > 1.01^{3.5}$
2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = 0.33^x$
 - (a) Déterminer le sens de variation de g .
 - (b) Résoudre l'inéquation $0.33^x \leq 0.33^{1.8}$
3. Soit h la fonction définie sur \mathbb{R} par : $h(x) = 4^x$
 - (a) Déterminer le sens de variation de h .
 - (b) Déterminer $h(4.5)$.
 - (c) Résoudre l'inéquation $4^x \geq 4^{4.5}$

Exercice 12

Un réseau social est sur le déclin. Le nombre de milliers de ses utilisateurs est modélisé par une suite géométrique de (u_n) , dont on a calculé les premiers termes dans une feuille de calcul. n représente le nombre d'années écoulées depuis le 1^{er} décembre 2008.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	u_n	80000	64000	51200	40960	32768

1.
 - (a) Donner le premier terme et la raison de cette suite.
 - (b) Quelle formule a-t-on pu entrer dans la cellule C2 et recopier vers la droite?
2. On propose de prolonger cette suite en une fonction f du type : $f(x) = k \times a^x$
 - (a) Donner les valeurs de k et a .
 - (b) Calculer selon ce modèle, le nombre d'utilisateurs du réseau social au 1^{er} mars 2012.
 - (c) Calculer selon ce modèle, le nombre d'utilisateurs du réseau social au 1^{er} juin 2014.
 - (d) Déterminer, à l'aide d'une calculatrice graphique, à quelle date le réseau social comptera moins de 5 millions d'utilisateurs?

Exercice 13

Mettre sous la forme d'une seule puissance.

a. $7^{1.5} \times 7^{-3}$

b. $5^{1.7} \times 5^{1.3}$

c. $(8^{4.5})^3$

d. $(3^{1.3})^2$

e. $\frac{9^8}{9^{-4.2}}$

f. $\frac{2^5}{4}$

g. $\frac{1.2^{6.4}}{1.2^{8.1}}$

h. $\left(\frac{2^5}{3}\right)^{0.8} \times \left(\frac{2^{-3}}{3}\right)^{0.5}$

Exercice 14

Soit f la fonction définie sur $[-1; 5]$ par $f(x) = 3.5^x$.

1. Déterminer le signe de $f(x)$ sur $[-1; 5]$ puis dresser son tableau de signes sur $[-1; 5]$.
2. Déterminer les variations de f sur $[-1; 5]$ puis dresser son tableau de variation sur $[-1; 5]$.
3. En utilisant le tableau de variation, dire pourquoi l'équation $f(x) = 10$ admet une unique solution sur $[-1; 5]$.
4. Utiliser l'algorithme ci-dessous en langage Python pour résoudre l'inéquation $f(x) > 5000$ dans \mathbb{R} .

```
1 from math import *
2
3 def resol(k) :
4     x = 6
5     while (3.5**x < k) :
6         x = x + 0.1
7     return x
```

Exercice 15

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2.5^x$ sur $[0; 10]$.

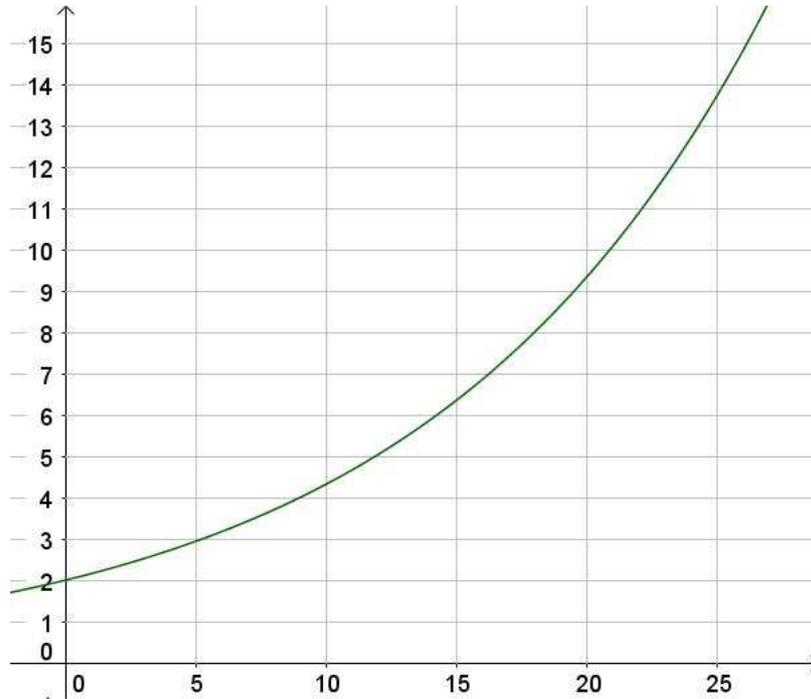
1. Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation sur $[0; 10]$.
2. Justifier que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution pour k réel appartenant à l'intervalle $[0; 500]$.
3. On considère l'algorithme suivant traduit en langage Python :

```
1 from math import *
2
3 def resoleq(k) :
4     a = 0
5     b = 10
6     while b - a > 1 :
7         m = (a + b)/2
8         if (2.5**m < k) :
9             a = m
10        else :
11            b = m
12    return a,b
```

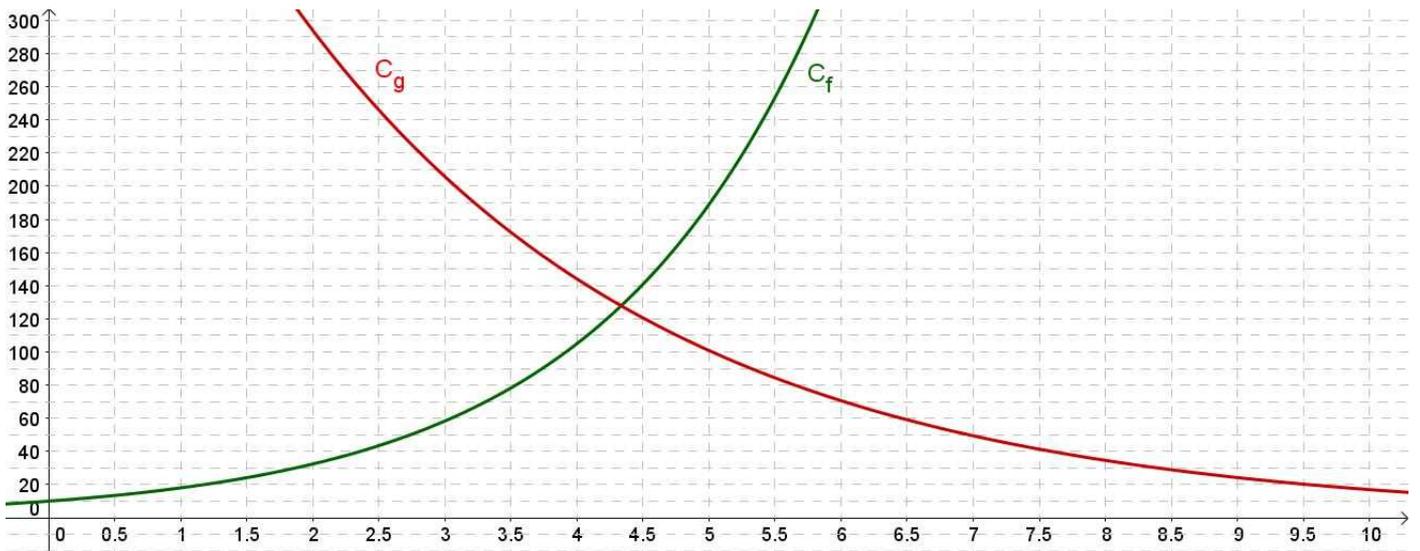
Exécuter `resoleq(20)` en reproduisant et en complétant le tableau.

a	0	0			
b	10	5			
b - a > 1 ?	Vrai				
m	5				
$2.5^x < 20$	Faux				

Exercice 22 p 55 (manuel)



Sujet B p 72



Les questions 1c. et 2c. doivent être résolues à l'aide de la calculatrice.

Question 4 a. Créer un programme Python qui permettrait de déterminer le nombre d'articles offerts (en milliers) en fonction du prix unitaire (en euros) de l'article (modélisée par la fonction f).

Question 4 b. Créer un programme Python qui permettrait de résoudre $g(x) < 100$. (Prendre un pas de 0.1).

Exercice 16

Une machine -outil achetée neuve coûte 20 000 euros. Son prix de revente baisse de 18 % par an.

1. Quel est le prix de revente au bout de 3 ans? de 4 ans et demi?
2. Au bout de combien d'années le prix de revente passera en dessous de 2000 euros?
3. Pour des raisons financières, la machine doit être vendue au bout de 37 mois.
Quel sera alors son prix de revente?