

Séquence 7 : Fiche d'exercices

Exercice 1

Paul était une pieuvre mâle de l'aquarium d'Oberhausen en Allemagne. Il est devenu célèbre auprès des parieurs pour ses "prévisions" de résultats des matchs de l'équipe d'Allemagne de football lors des matchs de l'Euro 2008, puis lors de la Coupe du monde 2010. Paul le poulpe faisait connaître ses prévisions en la boîte aux couleurs de l'équipe gagnante. On note X le nombre de bonnes réponses données lors de 14 prévisions.

On considère que la pieuvre répond au hasard et a donc une chance sur deux de choisir la bonne boîte.

Il y a indépendance des réponses pour chaque pronostic.

- Quelle est la loi suivie par X ? En préciser les paramètres.
 - Déterminer les probabilités $P(X = 13)$, puis $P(X \geq 13)$, à 10^{-4} près.
 - Sur les 14 prévisions de Paul 12 se sont révélées exactes. Quelle est la probabilité que cela arrive?
 - Déterminer $P(X \geq 7)$.
 - Déterminer l'espérance.
- Nelly un éléphant allemand est entré dans le monde des prédictions de résultats sportifs en 2006 et a prédit correctement les résultats de 30 des 33 matches couvrant la Coupe du Monde 2010 et l'Euro 2012. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne ce nombre de réponses correctes?
- Déterminer la probabilité qu'elle prédise 20 bonnes réponses.
- Déterminer la probabilité qu'elle prédise moins de 10 bonnes réponses.
- Déterminer l'espérance et interpréter le résultat.

Exercice 2

Des études ont démontré que 3 % des individus d'une population étaient porteurs d'une certaine maladie.

On choisit au hasard un échantillon de 200 individus dans cette population. On suppose la population suffisamment grande pour que ce prélèvement soit assimilé à un tirage avec remise.

- Déterminer la probabilité qu'aucune personne ne soit malade.
- Déterminer la probabilité qu'exactly une personne soit malade
- Déterminer la probabilité que deux personnes ou plus soient malades.
- Déterminer la probabilité que 50 personnes soient malades.
- Déterminer la probabilité qu'au plus 120 personnes soient malades.
- Déterminer l'espérance et interpréter le résultat.

Exercice 3

Soit X une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{B}(12; 0.4)$.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

- Calculer $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ et $P(X = 2)$.
- En déduire $P(X \geq 3)$.
- Calculer $P_{X \leq 8}(X \geq 2)$
- Calculer $P_{X > 5}(X \leq 10)$

Exercice 4

Pour s'assurer que les usagers achètent un billet, une compagnie de transports contrôle chaque jour 10 % des lignes choisies aléatoirement. Un usager utilise ces transports en commun 30 fois par mois .

On note X la variable aléatoire qui associe à chaque mois le nombre de fois que cette personne est contrôlée.

Les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Quelle est la loi suivie par X ?
2. Quelle est la probabilité que cette personne soit contrôlée 5 fois ce mois - ci ?
3. Quelle est la probabilité que cette personne ne soit pas contrôlée ce mois - ci ?
4. Sachant que cette personne sera contrôlée au moins deux fois ce mois - ci, quelle est la probabilité qu'elle soit contrôlée mois de 5 fois ?
5. Un billet coûte 2 € , et en cas de contrôle, l'amende pour défaut de présentation de billet est de 35 euros. En moyenne, ne pas prendre de billet est il rentable ?

Exercice 5

D'après les statistiques d'une compagnie aérienne, en moyenne seulement 88 % des clients ayant acheté un billet embarque dans l'avion. Afin d'augmenter les profits, la compagnie décide de vendre 211 billets pour un vol Paris - New York en Airbus A320, alors que ce modèle d'avion ne peut accueillir que 186 passagers.

On considère que tous les billets sont vendus et on note X la variable aléatoire associée au nombre de passagers qui embarquent sur ce vol.

1. Quelle loi de probabilité suit X ?
2. Quelle est la probabilité que la totalité des sièges soient occupés lors de ce vol ?
3. (a) Déterminer $E(X)$.
(b) La compagnie a-t-elle raison de vendre plus de billets qu'il n'y a de places à bord de l'avion ?
4. Chaque billet vendu rapporte 150 € à la compagnie aérienne. Cependant, si plus de 186 passagers souhaitent embarqués dans l'avion, alors la compagnie a obligation de fournir gratuitement un billet sur un autre vol aux passagers ne pouvant pas embarquer, ce qui lui coûte en moyenne 500 € pour chacun de ces passagers.
(a) Quel sera le bénéfice si tous les clients ayant acheté un billet souhaitent embarquer ?
(b) La compagnie a-t-elle raison de vendre autant de billets ?