Séquence 5 : Fiche d'exercices

Exercice 1

1. Rappeler le sens de variation de la fonction log.
2. Classer les nombres suivants dans l'ordre croissant :
   $log(0.1)$, $log(3)$, 0 , $log(4)$, $log(0.8)$ et 1.

Exercice 2

1. Soit a un réel. Pour quelles valeur de a le nombre $log(a)$ est - il négatif? positif?
2. Déterminer le signe de chaque nombre :
   Série 1 : $log(0.2)$, $log(1.6)$, $log(5.01)$ et $log(0.9)$.
   Série 2 : $log(0.8)$, $log(0.15)$, $log(1.05)$ et $log\left(\frac{11}{2}\right)$
   Série 3 : $log(10.2)$, $log(0.12)$, $log\left(\frac{1}{2}\right)$ et $log(2.01)$
3. Ranger les nombres de chaque série dans l'ordre croissant.

Exercice 3

On donne les valeurs de $log(2)$, $log(3)$ et $log(5)$. Arrondir à 10^{-4} près.

x	2	3	5
$log(x)$	0.3010	0.4771	0.6990

En déduire une valeur approchée des nombres suivants :

A = $log(0.5)$ B = $log(6)$ C = $log(16)$
D = $log(20)$ E = $log(150)$ F = $log(4000)$

BONUS : Mettre sous la forme $log(a)$ où $a > 0$

$A = 2log(6) + log(2)$, $B = 2log\left(\frac{1}{5}\right)$, $C = -2log(4) + log(3)$, $D = log(5) - 3log\left(\frac{1}{2}\right)$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données.

a. $3 \times 11^x = 4$ b. $0.1 + 3^x = 5$ c. $21 \times 1.2^x = 3$
d. $1 + 5 \times 0.2^x = 10$ e. $2^{x+1} = 6$ f. $6 \times 1.03^{x-1} = 11$

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données.

a. $2x^{0.7} = 15$ b. $x^{3.6} - 1 = 2.1$ c. $3x^{2.2} = 24$
d. $x^{5.1} + 4 = 16$ e. $4x^{7.6} - 3.5 = 8$ f. $-10x^{0.1} + 5 = 2$

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations données.

a. $12^x < 3$ b. $1.2^x > 2.1$ c. $2 \times 1.1^x \leqslant 6$
d. $5 \times 12^x \geqslant 8$ e. $0.8 + 0.11^x > 1$ f. $2.3^x - 9 \leqslant 15$

Exercice 7

Résoudre les inéquations suivantes.

a. $x^{7.6} < 1000$ b. $x^{0.1} \leqslant 2$ c. $2x^{3.5} > 8$
d. $4x^{2.7} > 4$ e. $5 + x^{0.2} > 8$ f. $x^{2.1} - 1 \geqslant 99$

Exercice 8

On injecte un échantillon d'iode 123 dans le corps d'un patient. On admet que la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;30]$ par $f(t) = 2500 \times 0.95^t$ donne une bonne approximation de l'activité du radionucléide iode 123 (exprimée en becquerels) en fonction du temps t (exprimé en heures) écoulé depuis l'injection.

1. Donner la valeur de l'activité initiale de l'iode 123 pour l'échantillon injecté au patient.
2. Résoudre l'équation $f(t) = 1250$
3. La période T d'un radionucléide est le temps nécessaire au bout duquel son activité a diminué de moitié. Déterminer la période T de l'iode 123. On donnera le résultat en heures et minutes.

Exercice 9

Un certain médicament, administré par voie intraveineuse, est efficace lorsque la concentration du produit actif dans le sang est supérieure ou égale à 40 $mg.L^{-1}$. La fonction C définie sur $[0\,;9]$ par $C(t) = 78 \times 0.63^t$ donne la concentration (en $mg.L^{-1}$) du produit actif dans le sang du malade en fonction du temps t (exprimés en heures) écoulé depuis l'injection. Le produit est injecté à l'instant $t = 0$.

1. Le médicament est - il encore efficace après 2 heures 30 minutes ?
2. Résoudre dans $[0\,;9]$ l'inéquation $C(t) > 40$. Interpréter ce résultat.

Exercice 10

A partir du 1er janvier 2020, on place 600 € sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux de 3 %.
Les intérêts sont versés le 31 décembre de chaque année.

1. On note C_n le capital acquis au 1er janvier 2020 + n.
   Justifier que la suite (C_n) est géométrique, puis en déduire l'expression de C_n en fonction de n.
2. Déterminer au bout de combien d'années le capital acquis dépassera 1500 €.

Exercice 11

Le taux d'insuline d'une personne d'une personne pendant les deux premières heures suivant le repas (en μU.mL^{-1}) est donnée en fonction du temps t (en heures) par la fonction f définie sur $[0\,;2]$ par :
$f(t) = 0.4 \times 10^t + 90$

1. Résoudre l'équation $f(t) = 102$.
2. Donner la valeur exacte, puis la valeur arrondie au dixième de la solution.
   Que représente concrètement ce nombre ?

Exercice 12

En 2012, la plus longue liaison électrique à courant continu en service dans le monde relie la centrale hydroélectrique de Xiangjiaba à la ville de Shanghai. Elle mesure environ 1900 km; sa puissance électrique initiale est de 6400 MW.
Lorsque le courant électrique circule dans un câble, une partie de la puissance électrique est perdue.
La puissance électrique dans la ligne Xiangjiaba - Shanghai au bout des 1900 km est de 6045 MW.

1. Calculer le pourcentage des pertes de puissance électrique sur la ligne Xiangjiaba - Shanghai.
2. Calculer le taux d'évolution d'évolution moyen de la puissance électrique aux 100 km.
3. Dans cette question, la puissance électrique (en watt) restant dans une certaine ligne électrique à courant continu au bout de x centaines de kilomètres est donnée par la fonction P définie sur $[0\,;+\infty[$ par $P(x) = 6400 \times 0.997^x$.
   (a) Montrer que la fonction P est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.
   (b) Déterminer, à 100 kilomètres près, la longueur maximale d'une ligne pour laquelle la perte de puissance reste inférieure à 7 %.