Activité introductive

John NEPER (ou NAPIER) (1550-1617) était un baron écossais , un amateur de mathématiques et un théologien. Dans la préface de son premier traité (Mirifici Logarithmorum canonis descriptio) de 1614, écrit en latin, il annonça sa découverte ainsi après plus de 20 ans de réflexion :

« Très illustre amateur de mathématiques, comme rien n'est aussi pénible que la pratique des mathématiques, parce que la logistique est d'autant plus freinée, retardée que les multiplications, les divisions et les extractions des racines carrées ou cubiques portent sur de grands nombres ; qu'elle est soumise à l'ennui des longues opérations et beaucoup plus encore à l'incertitude des erreurs, j'ai entrepris de rechercher par quel procédé sûr et rapide on pourrait éloigner ces obstacles. Dans ce but, j'en ai examiné soigneusement une grande quantité, les uns après les autres, et enfin j'en ai trouvé plus d'un, clair et d'un emploi facile, dont je traiterai probablement ailleurs. À la vérité, aucun, parmi les autres, n'est plus utile que l'un d'eux ; par son moyen, on rejette les nombres utilisés dans les multiplications, les divisions et les extractions de racines lorsqu'elles sont difficiles et prolixes, et on les remplace par d'autres nombres, que j'ai pris soin de leur adjoindre, et l'on achève le calcul par des additions, des soustractions, des divisions par deux et par trois seulement. Est-il un mystère, qui, au milieu de tant d'autres, lui soit supérieur ? Il m'a plu de communiquer son usage au monde des mathématiciens. »

Son objectif est de trouver un nouvel outil pour aider les navigateurs et le astronomes à mener à bien des calculs trigonométriques de plus en plus précis.

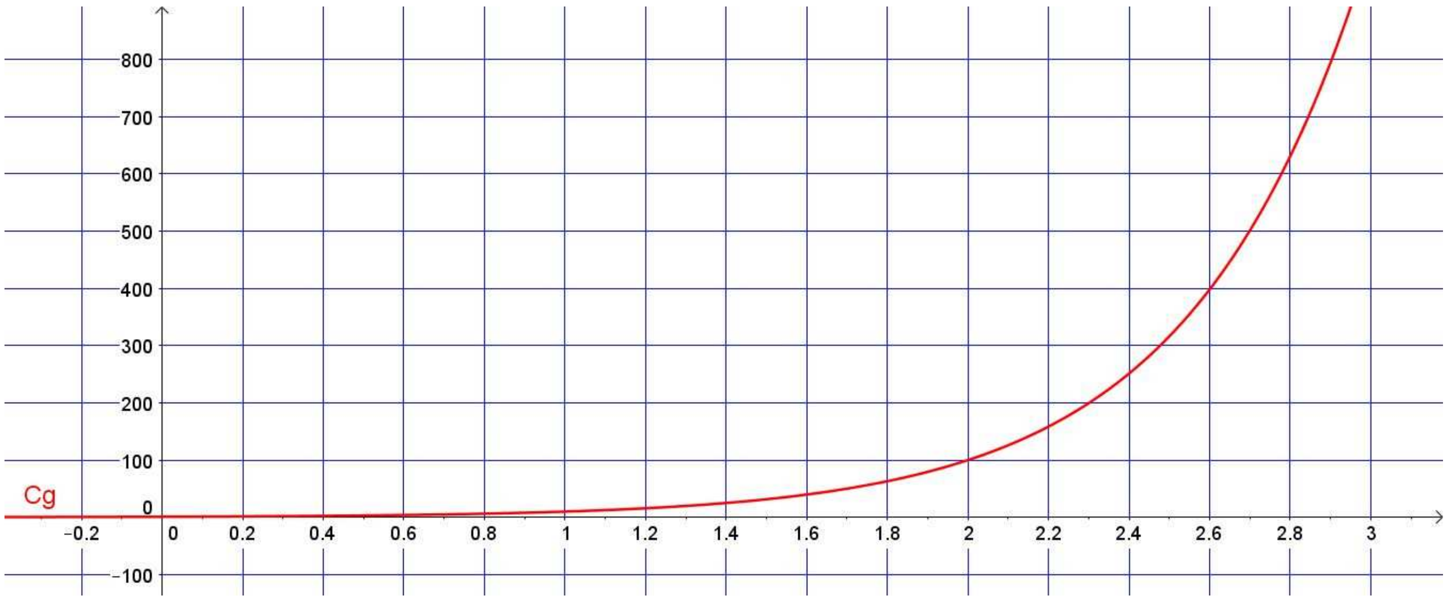
Activité 1

1) Donner sous la forme de nombres entiers les nombres suivants : 10^4 ; 10^2 ; 10^7.
2) Résoudre les équations suivantes :

a. $10^x = 100$ b. $10^x = 1000$ c. $10^x = 10$ d. $10^x = 500$

3) La résolution de l'équation d. est plus difficile !
En vous aidant de votre calculatrice , trouver une valeur approchée de la solution de l'équation $10^x = 500$.
Bonus : Même question avec l'équation $10^x = 64$.

4) On considère la fonction g définie par $g(x) = 10^x$.



a. Déterminer graphiquement une solution de l'équation $10^x = 200$.
b. Déterminer graphiquement une solution de l'équation $10^x = 500$.
Comparer votre réponse avec la celle de la question 3).

Activité 2

Première propriété :

$100 \times 1000 = ?$

$log(100) = log(............) = ...$

$log(1000) = log(............) = ...$

$log(100 \times 1000) = log(............) = ...$

On peut donc en déduire que :

$log(100 \times 1000) = ...$

Dans le cas général on a :   ....

A vous de calculer en utilisant les logarithmes :

a. $100 \times 10000000 = ?$

....

....

b. $1000 \times 100000 = ?$

....

....

Activité 3

Soient a et b deux réels strictement positifs et n un entier relatif.

$log(a^2) =$ ....

$log(a^3) =$ ....

$log(a^n) =$ ....

$log\left(\dfrac{1}{a}\right) =$ ....

$=$ ....

$log\left(\dfrac{a}{b}\right) =$ ....

$=$ ....