

Rappel Équations - Inéquations

I) Équations

1) Équations du premier degré

Définitions :

- Une équation est une égalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre.
- Résoudre dans \mathbb{R} une équation c'est déterminer toutes les valeurs réelles de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie. Ces nombres constituent l'ensemble des solutions de l'équation.
- Deux équations sont dites équivalentes si elles ont le même ensemble de solutions.

Propriétés admises :

- Une égalité reste vraie lorsque l'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.
- Une égalité reste vraie lorsque l'on multiplie (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.

Exemple : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $6x + 2 = -4x + 32$

$$\begin{aligned}6x + 2 &= -4x + 32 \\6x + 2 - 2 &= -4x + 32 - 2 \\6x &= -4x + 30 \\6x + 4x &= -4x + 30 + 4x \\10x &= 30 \\\frac{10x}{10} &= \frac{30}{10} \\x &= \frac{30}{10} \\x &= 3\end{aligned}$$

La solution de l'équation est 3 . On note $\mathcal{S} = \{3\}$

2) Équations du second degré

Propriétés :

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

Exemple : Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $(2x + 3)(5x - 9) = 0$

Soit : $2x + 3 = 0$

$$\begin{aligned}2x + 3 &= 0 \\2x + 3 - 3 &= 0 - 3 \\2x &= -3 \\x &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

Soit $5x - 9 = 0$

$$\begin{aligned}5x - 9 &= 0 \\5x - 9 + 9 &= 0 + 9 \\5x &= 9 \\x &= \frac{9}{5}\end{aligned}$$

II) Inéquations

Définitions :

- Une inéquation est une inégalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre. Cette inégalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres.
- Une solution d'une inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie.
- Résoudre dans \mathbb{R} une inéquation, c'est en trouver toutes les solutions réelles.

Propriétés admises :

- Une inégalité reste vraie lorsque l'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.
- On peut multiplier (ou diviser) les deux membres d'une inéquation par un même nombre non nul :
 - si ce nombre est positif, on ne change pas le sens de l'inégalité;
 - si ce nombre est négatif, on change le sens de l'inégalité.

Exemple : Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $-8x + 3 > -2x + 15$

$$\begin{aligned} -8x + 3 &> -2x + 15 \\ -8x + 3 - 3 &> -2x + 15 - 3 && \text{On soustrait 3 de part et d'autre.} \\ -8x &> -2x + 12 \\ -8x + 2x &> -2x + 12 + 2x && \text{On ajoute 2x de part et d'autre.} \\ -6x &> 12 \\ \frac{-6x}{-6} &< \frac{12}{-6} && \text{On divise par -6, on change donc le sens de l'inégalité.} \\ x &< \frac{12}{-6} \\ x &< -2 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} =]-\infty; -2]$.

