Séquence 5 : Information chiffrée

I) Pourcentage et proportion

Définition :
On appelle population un ensemble d'éléments appelés les individus.
On appelle sous-population une partie de la population.

Exemple :
On considère la population constituée par les élèves d'un lycée. Un individu est un élève.
L'ensemble des élèves des classes de Seconde constitue une sous-population de la population des élèves du lycée.

Définition :
On considère une population qui possède N individus et une sous-population composée de n individus. La proportion d'individus de la sous-population, notée p, est égale à

$$p = \frac{\text{Nombre d'individus de la sous-population}}{\text{Nombre d'individus de la population}} = \frac{n}{N}.$$

Exemple :
Il y a 3 chevaux gris dans un élevages de 16 chevaux.
Donc la proportion de chevaux gris est $\frac{3}{16}$ ou 0.1875 ou 18.75%.

Remarque :
Une proportion est un nombre compris entre 0 et 1 que l'on peut exprimer dans différentes écritures, fractionnaires, décimales, ou en pourcentage.

Propriété :
On considère une population notée E. Soit A une sous-population de E et B une sous-population de A.
On note p_A la proportion d'individus de la population A dans E.
On note p_B la proportion d'individus de la population B dans A.
La proportion p d'individus de B dans E est égale à $p = p_A \times p_B$

Exemple :
On considère la population constituée par les véhicules que possède une entreprise.
75 % de ces véhicules sont électriques. Parmi les véhicules électriques, 30 % sont des deux-roues.
La proportion p des deux-roues électriques dans la population totale est donc : $p = 0.75 \times 0.30 = 0.225$.
Les deux roues électriques représentent 22.5 % de l'ensemble des véhicules de l'entreprise.

II) Pourcentage d'évolution. Taux d'évolution

Définition :
On considère une quantité qui varie au cours du temps.
On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.
La variation absolue de la quantité est le nombre $V_F - V_I$.

Exemple :
Le patron d'une entreprise d'informatique compare les résultats de ses ventes de tablettes entre 2019 et 2020, le nombre de tablettes vendues est passé de 890 à 1068.
La variation absolue du nombre de tablettes est égale à : 1068 - 890 = 178.
Le magasin a vendu 178 tablettes de plus en 1 an.

Remarques :
Lorsque la variation absolue d'une quantité est positive, la quantité augmente.
Lorsque la variation absolue d'une quantité est négative, la quantité diminue.

Définition :
On considère une quantité qui varie au cours du temps.
On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.
Le taux d'évolution (ou variation relative) t de V_F par rapport à V_I est le nombre $t = \dfrac{V_F - V_I}{V_I}$

Exemple :
Le patron d'une entreprise d'informatique compare les résultats de ses ventes de tablettes entre 2019 et 2020, le nombre de tablettes vendues est passé de 890 à 1068.
La variation relative du nombre de tablettes est égale à : $\dfrac{1068 - 890}{890} = 0.2$.
Le taux d'évolution est de 20 %. Le nombre de tablettes vendues a augmenté de 20 %.

Remarques :
Si le taux d'évolution est positif, alors il s'agit d'une augmentation de la quantité.
Si le taux d'évolution est négatif, alors il s'agit d'une diminution de la quantité.

Propriété :
On considère une quantité qui varie au cours du temps.
On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale.
Le coefficient multiplicateur associé à un taux d'évolution t est $CM = 1 + t$.
On l'appelle le coefficient multiplicateur de V_i à V_F c'est aussi le quotient $\dfrac{V_F}{V_i}$.

Exemple :
Au 1^{er} janvier 2000, la population de l'Irlande était de 3 848 776 habitants.
Elle a augmenté de 24.8 % entre 2000 et 2018.
On a $V_i = 3848776$ et $CM = 1 + \dfrac{24.8}{100} = 1.248$.
$V_F = 3848776 \times 1.248 = 4803272$.
La population de l'Irlande au 1^{er} janvier 2018 était de 4803272 habitants.

Remarques :
Dans le cas d'une hausse (une augmentation), le coefficient multiplicateur est plus grand que 1.
Dans le cas d'une baisse (une diminution), le coefficient multiplicateur est plus petit que 1.

III) Évolutions successives

Propriété :
Si une quantité subit deux évolutions successives de coefficients multiplicateurs CM_1 et CM_2, alors l'évolution globale admet pour coefficient global $CM_G = CM_1 \times CM_2$.

Le taux d'évolution global est le taux t_G pour passer de la valeur initiale à la valeur finale est égal à : $t_G = CM_G - 1$

Exemple :
Un téléphone de 200 € subit une réduction de 10 % suivie d'une hausse de 30 %.
Le coefficient multiplicateur de la première évolution est : $CM_1 = 0.9$.
Le coefficient multiplicateur de la seconde évolution est : $CM_2 = 1.3$.

Le coefficient multiplicateur global est : $CM_{global} = 0.9 \times 1.3 = 1.17$
Le taux d'évolution global est : $t_{global} = 1.17 - 1 = 0.17$, soit 17 % .

Remarques :
Une baisse de 10 % suivie d'une hausse de 30 % ne correspond pas une hausse de 20 % .
Dans le cas de plusieurs évolutions successives, le produit des coefficients multiplicateurs permet de déterminer le taux d'évolution global.

IV) Évolution réciproque

Propriété :
On considère une quantité qui varie au cours du temps.
On note V_I la quantité initiale et V_F la quantité finale. Cette quantité évolue d'un taux t.
On appelle CM le coefficient multiplicateur de V_I à V_F.
Le coefficient multiplicateur réciproque est $CM_r = \dfrac{1}{CM}$.

Le taux d'évolution réciproque est le taux t_r pour passer de la valeur finale à la valeur initiale est égal à : $t_r = CM_r - 1$

Exemple :
En 2018, la population d'une ville a augmenté de 5 %.

En 2019, cette population a retrouvé son niveau de 2018.

$CM = 1 + \frac{5}{100} = 1.05$

On en déduit que $CM_r = \frac{1}{1.05} \approx 0.9524$.

$t_r = CM_r - 1 \approx 0.9524 - 1 \approx -0.0476$.

En 2019, la population a diminué d'environ 4.76 %