

# Séquence 4 : Calcul littéral

## I) Rappels - Calcul de sommes et de différences

Définition :

Une expression numérique est :

- Une somme lorsque la dernière opération à effectuer est une addition.
- Une différence lorsque la dernière opération à effectuer est une soustraction.
- Un produit lorsque la dernière opération à effectuer est une multiplication.
- Un quotient lorsque la dernière opération à effectuer est une division.

Propriété :

L'opposé d'une somme de plusieurs termes est égal à la somme des opposés de chaque terme.

**Exercice : Simplifier et réduire les expressions suivantes.**

$$A = (9x - 5) + (x + 3)$$

$$B = (21x + 9) - (10x - 7)$$

## II) Développer et factoriser

### A) Développer

Définition :

- Développer c'est transformer un produit en une somme.
- On peut ne pas écrire le signe  $\times$  lorsqu'il est suivi d'une lettre ou d'une parenthèse.

Propriété :

Pour tous nombres a, b, c et d, on a :

$$(a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

**Exercice : Développer et réduire les expressions suivantes.**

$$A = (2x + 4)(6x + 8)$$

$$B = (6x + 2)(3x - 7)$$

$$B = 6x \times 3x + 6x \times (-7) + 2 \times 3x + 2 \times (-7)$$

$$B = 18x^2 - 42x + 6x - 14$$

$$B = 18x^2 - 36x - 14$$

## B) Factoriser

Définition :

Factoriser c'est transformer une somme en un produit.

Propriété :

$k$ ,  $a$  et  $b$  désignent des nombres relatifs. On admet que :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

**Exercice : Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'un facteur commun.**

$$A = 6x^2 + 9x$$

$$B = (x + 3)(6x + 8) + (x + 3)(2x - 1)$$

$$C = (6x + 2)(3x - 6) - (6x + 2)(-5x + 4)$$

Le facteur commun est  $6x + 2$ .

$$C = (6x + 2)(3x - 6) - (6x + 2)(-5x + 4)$$

$$C = (6x + 2)[(3x - 6) - (-5x + 4)]$$

$$C = (6x + 2)[3x - 6 - (-5x + 4)]$$

$$C = (6x + 2)[3x - 6 + 5x - 4]$$

$$C = (6x + 2)(8x - 10)$$

### III) Identités remarquables

Propriété :

Pour tous nombres  $a$  et  $b$  réels , on a :

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

**Exercice 1 : Développer et réduire les expressions suivantes.**

$$A = (7x + 3)^2$$

$$B = (6x - 5)^2$$

$$C = (5x + 4)(5x - 4)$$

**Exercice 2 : Développer et réduire les expressions suivantes.**

$$D = (7x + 3)^2 + (x + 5)(-2x + 3)$$

$$D = [(7x)^2 + 2 \times 7x \times 3 + 3^2] + [x \times (-2x) + x \times 3 + 5 \times (-2x) + 5 \times 3]$$

$$D = [49x^2 + 42x + 9] + [-2x^2 + 3x - 10x + 15]$$

$$D = [49x^2 + 42x + 9] + [-2x^2 - 7x + 15]$$

$$D = 49x^2 + 42x + 9 - 2x^2 - 7x + 15$$

$$D = 47x^2 + 35x + 24$$

$$E = (3x - 8)(3x + 8) - (3x - 8)(9x + 1)$$

$$E = [(3x)^2 - 8^2] - [3x \times 9x + 3x \times 1 + (-8) \times 9x + (-8) \times 1]$$

$$E = [9x^2 - 64] - [27x^2 + 3x - 72x - 8]$$

$$E = [9x^2 - 64] - [27x^2 - 69x - 8]$$

$$E = 9x^2 - 64 + (-27x^2) + 69x + 8$$

$$E = -16x^2 + 69x - 56$$

**Exercice 3 : Factoriser les expressions suivantes.**

$$F = 25x^2 - 36$$

$$G = x^2 + 6x + 9$$

$$H = 81 - (8x - 1)^2$$

On reconnaît une identité remarquable.

$$H = 81 - (8x - 1)^2$$

$$H = 9^2 - (8x - 1)^2$$

$$H = [9 - (8x - 1)][9 + (8x - 1)]$$

$$H = [9 + 8x + 1][9 + 8x - 1]$$

$$H = (8x + 10)(8x + 8)$$

$$I = (4x + 5)^2 + (4x + 5)(-7x - 3)$$

Le facteur commun est  $(4x + 5)$ .

$$I = (4x + 5)^2 + (4x + 5)(-7x - 3)$$

$$I = (4x + 5)(4x + 5) + (4x + 5)(-7x - 3)$$

$$I = (4x + 5)[(4x + 5) + (-7x - 3)]$$

$$I = (4x + 5)[4x + 5 + (-7x) - 3]$$

$$I = (4x + 5)(-3x + 2)$$

## IV) Équations produit nul

Propriétés :

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

**Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes.**

$$A. (8x + 6)(-3x + 4) = 0$$

$$B. (-5 + 6x)(-9x - 2) = 0$$

**Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes.**

$$C. (x + 2)(6x - 8) + (x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(6x - 8) + (x + 2) = 0$$

**Étape 1 : On factorise par  $(x + 2)$  dans le membre de gauche.**

$$(x + 2)[(6x - 8) + 1] = 0$$

$$(x + 2)[6x - 8 + 1] = 0$$

$$(x + 2)(6x - 7) = 0$$

**Étape 2 : On résout l'équation produit nul.**

$$\text{Soit : } x + 2 = 0$$

$$\begin{aligned} x + 2 &= 0 \\ x + 2 - 2 &= 0 - 2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\text{Soit : } 6x - 7 = 0$$

$$\begin{aligned} 6x - 7 &= 0 \\ 6x - 7 + 7 &= 0 + 7 \\ 6x &= 7 \\ x &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ -2; \frac{7}{6} \right\}$$

$$D.(9x-4)(5x-3) = (-6x+6)(5x-3)$$

$$(9x-4)(5x-3) = (-6x+6)(5x-3)$$

**Étape 1 : On transpose dans le membre de gauche.**

$$(9x-4)(5x-3) - (-6x+6)(5x-3) = 0$$

**Étape 2 : On factorise par  $(5x-3)$**

$$(5x-3)[(9x-4) - (-6x+6)] = 0$$

$$(5x-3)[9x-4+6x-6] = 0$$

$$(5x-3)(15x-10) = 0$$

**Étape 3 : On résout l'équation produit nul.**

$$\text{Soit : } 5x - 3 = 0$$

$$5x - 3 = 0$$

$$5x - 3 + 3 = 0 + 3$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$\text{Soit : } 15x - 10 = 0$$

$$15x - 10 = 0$$

$$15x - 10 + 10 = 0 + 10$$

$$15x = 10$$

$$x = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{5}; \frac{2}{3} \right\}$$

$$E.(8x-3)^2 = 64$$

$$(8x-3)^2 = 64$$

**Étape 1 : On transpose dans le membre de gauche.**

$$(8x-3)^2 - 64 = 0$$

**Étape 2 : On factorise à l'aide d'une identité remarquable.**

$$(8x-3)^2 - 8^2 = 0$$

$$[(8x-3) - 8][(8x-3) + 8] = 0$$

$$[8x-3-8][8x-3+8] = 0$$

$$(8x-11)(8x+5) = 0$$

**Étape 3 : On résout l'équation produit nul.**

$$\text{Soit : } 8x - 11 = 0$$

$$8x - 11 = 0$$

$$8x - 11 + 11 = 0 + 11$$

$$8x = 11$$

$$x = \frac{11}{8}$$

$$\text{Soit : } 8x + 5 = 0$$

$$8x + 5 = 0$$

$$8x + 5 - 5 = 0 - 5$$

$$8x = -5$$

$$x = \frac{-5}{8}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ \frac{-5}{8}; \frac{11}{8} \right\}$$