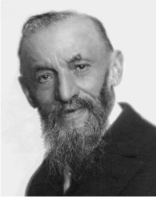
Séquence 1 : Ensembles de nombres - Équations - Inéquations

Activité introductive 1

Positionner les nombres ci - dessous correctement sur le schéma.

$\dfrac{-1}{2}$	5	$\dfrac{1}{3}$	3.14	-1
$\dfrac{15}{7}$	π	-2	$\dfrac{19}{10}$	8
$\sqrt{2}$	$-\dfrac{5}{7}$	$-\sqrt{36}$	$\dfrac{14}{2}$	$\sqrt{\dfrac{4}{81}}$

I) L'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$



G. PEANO
(1858 - 1932)

Axiomes de Peano (1899) :

1) 0 est un nombre naturel.

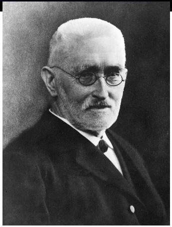
2) Tout nombre entier naturel n admet un unique successeur.

3) 0 n'est le successeur d'aucun nombre naturel.

4) Deux entiers naturels ayant le même successeur sont égaux.

5) Si un ensemble de nombres naturels contient 0, et contient le successeur de chacun de ses éléments alors cet ensemble contient tous les nombres entiers naturels.

II) L'ensemble des entiers relatifs $\mathbb{Z}$



R. DEDEKIND
(1831 - 1916)

Nombre positif = un absolu
(nombre existant de tout temps).

Nombre négatif = création de l'homme = relatifs.

L'ensemble des entiers relatifs est introduit pour symétriser l'addition sur $\mathbb{N}$

Si n est non nul , il n'existe pas d'entiers naturels m tel que : $n + m = 0$.

Ensemble nommé K par R. Dedekind puis $\mathbb{Z}$ par Bourbaki (1970)

Pourquoi $\mathbb{Z}$?
Zahl signifie nombre en allemand.

III) L'ensemble des nombres décimaux $\mathbb{D}$

Notation française du groupe Bourbaki en 1970.

IV) L'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$

L'ensemble des entiers rationnels est introduit pour symétriser la multiplication sur $\mathbb{Z}$

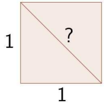
Si n est un entier distinct de 1 , il n'existe pas d'autre entier relatif m tel que : $n \times m = 1$.

On construit l'ensemble $\mathbb{Q}$ des rapports $\dfrac{n}{m}$ de deux entiers $(m \neq 0)$.

Pourquoi $\mathbb{Q}$?
Quoziente signifie le quotient en italien (Peano - 1895).

Rationnel (latin ratio : calculer) ce qui touche à la raison.
Ce mot désigne ce qui touche au rapport de deux nombres.
Il apparait en 1550.

V) L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$



Toutes les équations ne peuvent encore être résolues dans $\mathbb{Q}$.
Ex : $x^2 - 2 = 0$

La fonction définie par $f(x) = x^2 - 2$ prend des valeurs positives et négatives sur $\mathbb{Q}$ mais ne s'annule pas sur cette ensemble.

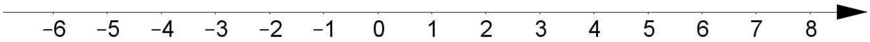
Il faut donc compléter l'ensemble des rationnels.

C'est à partir de 1858 que R. Dedekind développe une nouvelle idée pour représenter l'ensemble complété des nombres rationnels : L'ensemble des nombres réels*.

Activité introductive 2

Consigne :
Faire apparaître tous les nombres compris entre -4 (inclus) et 3 (inclus).

Première représentation : A l'aide de la droite numérique.



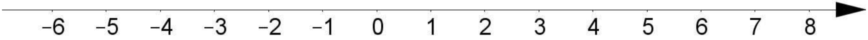
Deuxième représentation : A l'aide d'inégalités.

.... x ....

Troisième représentation : A l'aide d'un intervalle.

Consigne :
Faire apparaître tous les nombres compris entre 2 (exclu) et 7 (inclus).

Première représentation : A l'aide de la droite numérique.



Deuxième représentation : A l'aide d'inégalités.

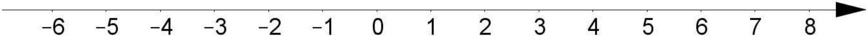
.... x ....

Troisième représentation : A l'aide d'un intervalle.

Consigne :

Faire apparaître tous les nombres supérieurs ou égaux à -1.

Première représentation : A l'aide de la droite numérique.



Deuxième représentation : A l'aide d'inégalités.

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; x \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; \ldots\ldots\ldots\ldots$$

Troisième représentation : A l'aide d'un intervalle.

Résoudre les équations suivantes

1. $x + 1 = 8$
2. $5x = 20$
3. $-4x = 3$
4. $3x - 3 = 7$
5. $-x + 2 = -6$
6. $6x - 4 = 4x + 11$

Activité introductive 4

$2 \leqslant 3$

$-7 \leqslant 5$

$-5 \leqslant -4$ $\quad$ $6 \leqslant 12$ $\quad$ $-1 \leqslant 15$ $\quad$ $8 \leqslant 10$