Séquence 3 : Théorème de Thalès et Homothétie

Rappels 4^e : Triangles semblables

Définition

On dit que deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Rappels 4^e : Triangles semblables

Définition

On dit que deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Propriétés

Rappels 4^e : Triangles semblables

Définition

On dit que deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

Propriétés

Si deux triangles sont semblables alors les longueurs des côtés de ces deux triangles sont proportionnelles.

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles alors ces triangles sont semblables

I) Théorème de Thalès

Propriété

I) Théorème de Thalès

Propriété

ABC est un triangle.

I) Théorème de Thalès

Propriété

ABC est un triangle.
Si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés

I) Théorème de Thalès

Propriété

ABC est un triangle.
Si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

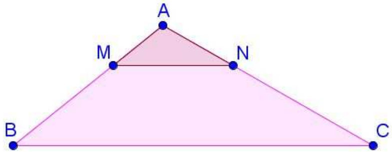
I) Théorème de Thalès

Propriété

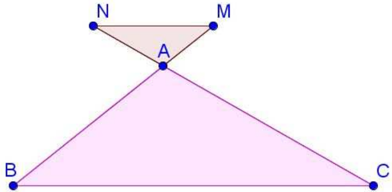
ABC est un triangle.
Si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles,

alors les côtés des triangles ABC et AMN ont des longueurs proportionnelles.

Configuration classique :

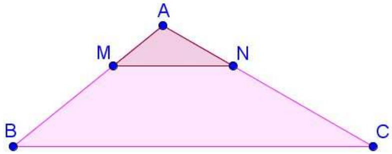


Configuration papillon :

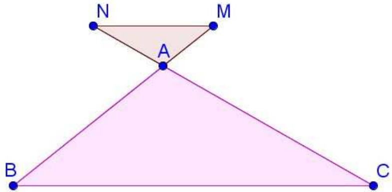


Cette propriété peut s'exprimer :

Configuration classique :



Configuration papillon :

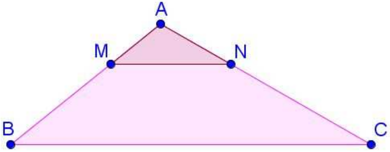


Cette propriété peut s'exprimer :

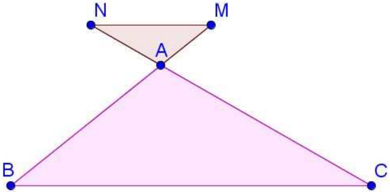
- En utilisant un tableau de proportionnalité :

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

Configuration classique :



Configuration papillon :



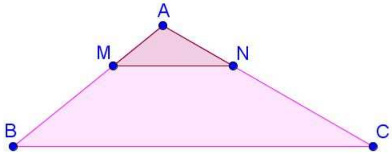
Cette propriété peut s'exprimer :

- En utilisant un tableau de proportionnalité :

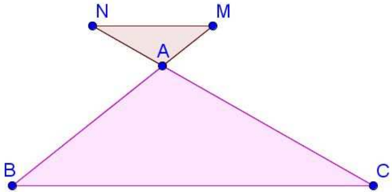
Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

- A l'aide de quotients : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$

Configuration classique :



Configuration papillon :



Cette propriété peut s'exprimer :

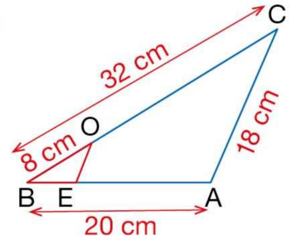
- En utilisant un tableau de proportionnalité :

Triangle ABC	AB	AC	BC
Triangle AMN	AM	AN	MN

- A l'aide de quotients : $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$

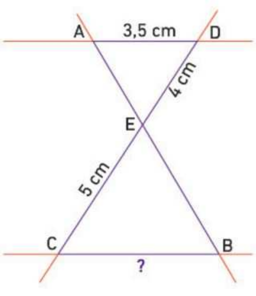
Exemple

Les droites (OE) et (CA) sont parallèles.
Les points B, O, C sont alignés.
Les points B, E, A sont alignés.
Déterminer la longueur OE.



Exemple

Les droites (BC) et (AD) sont parallèles.
Les points A, E, B sont alignés.
Les points D, E, C sont alignés.
Déterminer la longueur BC.



II) Homothéties

II) Homothéties

Définition

II) Homothéties

Définition

Appliquer une homothétie de centre de O et de rapport k ($k \neq 0$) à une figure, consiste à multiplier la distance entre le centre et un point de la figure par k (ou l'opposé de k lorsque k est négatif)

II) Homothéties

Définition

Appliquer une homothétie de centre de O et de rapport k ($k \neq 0$) à une figure, consiste à multiplier la distance entre le centre et un point de la figure par k (ou l'opposé de k lorsque k est négatif)

Remarques

II) Homothéties

Définition

Appliquer une homothétie de centre de O et de rapport k ($k \neq 0$) à une figure, consiste à multiplier la distance entre le centre et un point de la figure par k (ou l'opposé de k lorsque k est négatif)

Remarques

- Une homothétie de rapport 1 n'effectue aucune transformation

II) Homothéties

Définition

Appliquer une homothétie de centre de O et de rapport k ($k \neq 0$) à une figure, consiste à multiplier la distance entre le centre et un point de la figure par k (ou l'opposé de k lorsque k est négatif)

Remarques

- Une homothétie de rapport 1 n'effectue aucune transformation
- Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.

II) Homothéties

Définition

Appliquer une homothétie de centre de O et de rapport k ($k \neq 0$) à une figure, consiste à multiplier la distance entre le centre et un point de la figure par k (ou l'opposé de k lorsque k est négatif)

Remarques

- Une homothétie de rapport 1 n'effectue aucune transformation
- Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.

Propriété

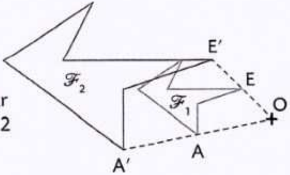
Propriété

Une homothétie de rapport k conserve les mesures d'angles, l'alignement , le parallélisme, l'orthogonalité et multiplie par k les longueurs.

Exemple

- $k > 1$

Pour $k = 2$

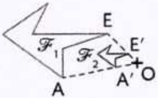


O, E et E' sont alignés.
$OE' = 2 \times OE$.

La figure est **agrandie**.

- $0 < k < 1$

Pour $k = 0{,}3$

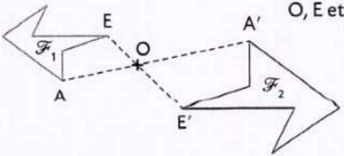


O, E et E' sont alignés.
$OE' = 0{,}3 \times OE$.

La figure est **réduite**.

- $k < 0$

Pour $k = -1{,}5$



O, E et E' sont alignés.
$OE' = 1{,}5 \times OE$.

La figure est « **inversée** » puis agrandie ou réduite.

Exemple

Soit ABC un triangle et I un point à l'extérieur du triangle ABC.
1) Tracer l'image A'B'C' du triangle ABC par l'homothétie de centre I est de rapport 2 .
2) Tracer l'image A"B"C" du triangle ABC par l'homothétie de centre I est de rapport -0,4 .